

Primo esonero AM120

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati, brevi dimostrazioni (20 punti)

- 1.[4 punti] Enunciare la regola di integrazione per parti. Illustrare con un esempio.
- 2.[9 punti] Enunciare il Teorema di Lagrange ed usarlo per dimostrare che : se $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é derivabile in A e $f'(x) > 0$ per ogni $x \in A$, allora f é strettamente crescente in A .
- 3.[7 punti] Enunciare la definizione di funzione convessa. Illustrare con un esempio.

Parte 2. Esercizi (80 punti)

- 1.[14 punti] Determinare $\int x(\ln(x))^2 dx$.
- 2.[10 punti] Calcolare $\int \frac{1}{x^2+2x+5} dx$.
- 3.[12 punti] Calcolare $\int \frac{\cos(x)+\sin(x)}{1+\cos(x)} dx$ per $x \in (-\pi, \pi)$.
- 4.[9 punti] Calcolare $\int \frac{x^4+x^2+1}{x-1} dx$ per $x \in (-\infty, 1)$
- 5.[10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x - \sin(x)}$$

- 6.[16 punti] Calcolare il numero di soluzioni positive di

$$x^2 - \ln(1+x) = 0$$

- 7.[9 punti] Calcolare la derivata di $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-4}}$