

primo esonero AM220, 8/3/2019

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Sia

$$E := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tali che } \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - (x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 \leq 1 \}.$$

1. Disegnare E . Calcolare la superficie di ∂E .
2. Calcolare

$$\int_E (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

2. Si consideri il campo vettoriale $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F(x, y, z) := \left(\frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right).$$

Calcolare il flusso di F attraverso la sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (orientata con la normale uscente).

Calcolare il flusso di F attraverso l'ellissoide $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$

2. Si consideri la forma differenziale

$$\omega := -\frac{y}{x^2 + y^2} dx + \left(\frac{x}{x^2 + y^2} + \frac{z}{z^2 + y^2} \right) dy - \frac{y}{z^2 + y^2} dz$$

Si determini il dominio massimale di definizione di ω . Si calcoli l'integrale di ω sulla circonferenza

$$x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0$$

Si dica se ω è chiusa e se è esatta sul suo dominio di definizione massimale. Domanda extra: Si dica se ω è esatta nel cubo

$$1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 1 \leq z \leq 2$$

in caso affermativo determinare una primitiva.