Gerarchie di infinito

$$f(x) \gg g(x) \quad \text{per } x \to x_0$$

se $f(x) \geq g(x) \geq 0$

DEFINITIVAMENTE per $x \to x_0$

e $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{g(x)}{f(x)} = 0$

$$\Updownarrow$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

ESEMPIO

$$x^2 \gg x \quad \text{per } x \to \infty$$

infatti

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{x^2} = 0$$

$$e^{2x} >> e^{x} >> x^{\alpha} >> \log_a(x) \text{ per } x \to \infty$$

vero per ogni $\alpha > 0$; $a > 1$

questo vuol dire

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\log_2(x)}{x^{\alpha}} = 0 \qquad \alpha > 0$$

(anche se α è piccolo!)

---

invece per $x \to 0^+$

$$1 >> x >> x^2$$

allo stesso modo

$$\lim_{x \to 0^+} x^{\alpha} \log_a(x) = 0 \quad \boxed{\begin{array}{c} \alpha > 0 \\ a > 1 \end{array}}$$

$$\frac{1}{x^{\alpha}} >> |\log_a(x)| \text{ per } x \to 0^+$$

Gerarchie di infinito

$$f(x) \gg g(x) \quad \text{per } x \to x_0$$

se $\quad f(x) \geq g(x) \geq 0$

DEFINITIVAMENTE per $x \to x_0$

e $\quad \lim_{x \to x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = 0$

$$\Updownarrow$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

ESEMPIO

$$x^2 \gg x \quad \text{per } x \to \infty$$

infatti

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{x^2} = 0$$