

Simulazione primo esonero AM120

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati, brevi dimostrazioni (20 punti)

- 1.[4 punti] Enunciare la regola della catena. Illustrare con un esempio.
- 2.[7 punti] Dimostrare che Se $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é crescente su A ed é derivabile in $x_0 \in A$ allora $f'(x_0) \geq 0$.
- 3.[9 punti] Definire l'insieme delle primitive di una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Illustrare con esempi (possibilmente uno in cui la funzione non sia continua)

Parte 2. Esercizi (80 punti)

- 1.[15 punti] Studiare il massimo/minimo assoluto/relativo della funzione $f : x \in [e^2, \infty] \mapsto x^n e^{-\ln^2(x)}$ al variare di $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.
- 2.[10 punti] Calcolare $\int \frac{x^3}{x^2-1} dx$ per $|x| < 1$.
- 3.[12 punti] Calcolare $\int \frac{1}{6+2\cos(x)+\sin(x)} dx$ per $x \in (-\pi, \pi)$.
- 4.[8 punti] Calcolare $\int \frac{1}{x^2+3x+4} dx$
- 5.[10 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1+\sin(x))}{x + \sin(x)}$$

- 6.[15 punti] Determinare quante soluzioni ha l'equazione

$$x^2 + 2 \cos(x) = 2$$

- 7.[10 punti] Calcolare la derivata seconda di $f(x) = x^{\sqrt{x}}$