①

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(5x^2+x)\left(\cos(2x^2)-1\right)}{\operatorname{arctg}(x)\,(x^4-x^6)}$$

$$\lim_{x \to \infty} \left(1+\frac{1}{5x}\right)^{x+1}$$

$$\lim_{x \to \infty} \cancel{\left(\sqrt{x^3+1}\right)}\ \frac{\ln(x^2)}{\sqrt{x^3+1}}$$

---

②

$$\cancel{\log}\ \ln_3(-x^2+3x+2) > 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-2}{x+2}} < 1$$

---

③ Determinare:

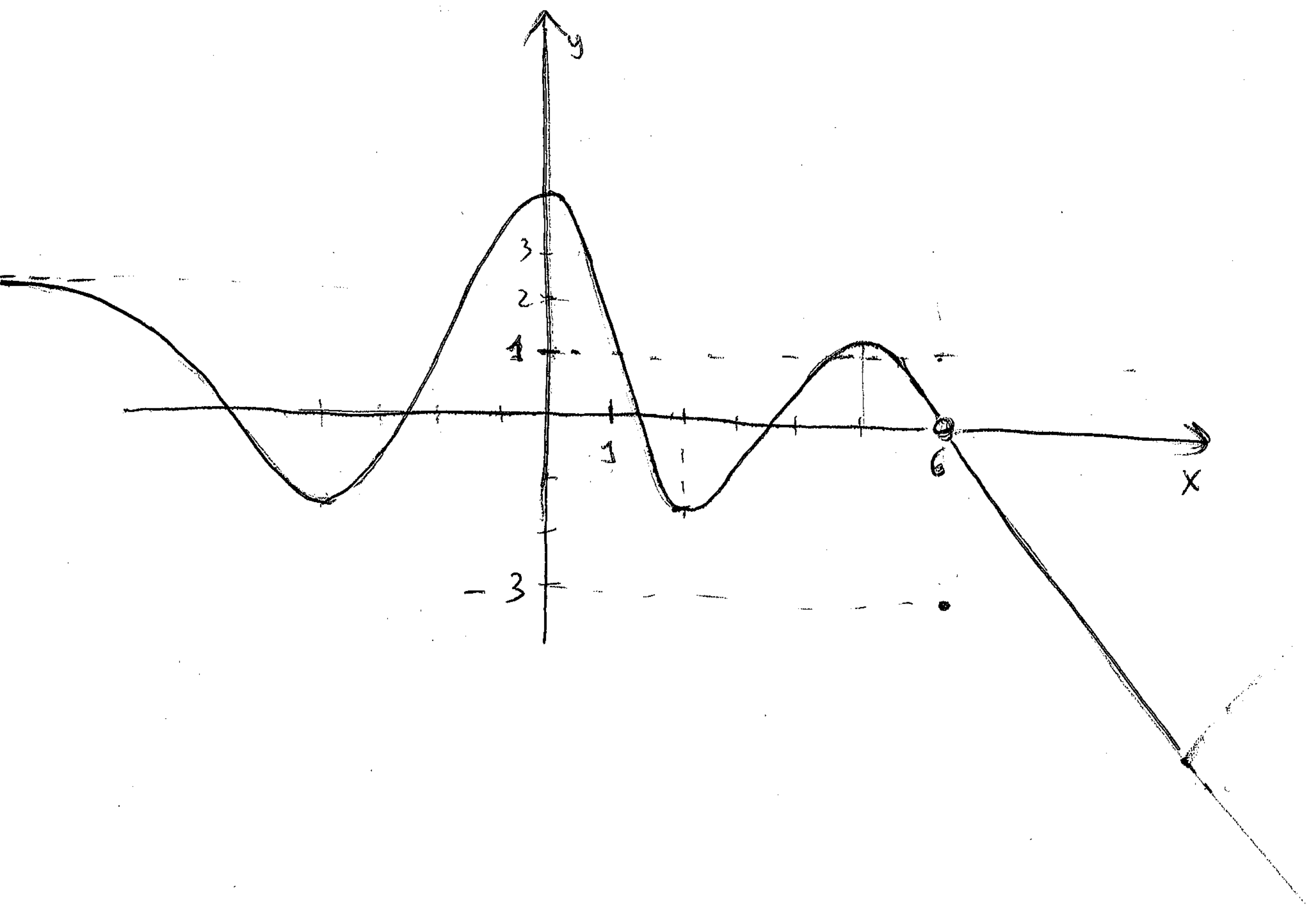
1. Dominio, Immagine, preimmagine di $(1,0]$

2. $\lim_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim_{x \to 6} f(x)$; $f(6)$

3. È continua $f(x)$ in $x = 6$? In $x = 0$?

4. Determinare i punti di massimo e minimo relativi.

Grafico di $f(x)$



ESERCIZIO 1.1

Uso le formule di equivalenza asintotica

$\sin(5x^2+x) \sim 5x^2+x \sim x$ per $x \to 0$

$\cos(2x^2)-1 \sim -\frac{(2x^2)^2}{2}$ per $x \to 0$

$\operatorname{arctg}(x) \sim x$ per $x \to 0$

$(x^4-x^6) \sim x^4$ per $x \to 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(5x^2+x)\left(\cos(2x^2)-1\right)}{\operatorname{arctg}(x)\ (x^4-x^6)} = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot\left(-\frac{(2x^2)^2}{2}\right)}{x\cdot x^4} =$$

$$= -\frac{4}{2} = -2.$$

Esercizio 1.2

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{5x\cdot\frac{x+1}{5x}} =$$

$$\left(\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{5x}\right)^{\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{5x}} = e^{\frac{1}{5}}$$

Esercizio 1.3

$\ln(x^2) = 2\ln(x) \ll x^p$ per $x\to\infty$ e per ogni $p>0$ quindi scegliendo $p=\frac{3}{2}$

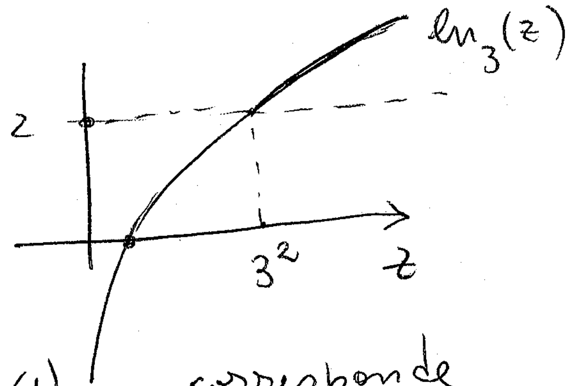
ho

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x^2)}{\sqrt{x^3+1}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x^2)}{x^{3/2}}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{x^{3/2}}{\sqrt{x^3+1}} =$$

$$= 0\cdot\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^3}{x^3+1}} = 0\cdot\sqrt{\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3+1}} = 0\cdot 1 = 0.$$

Esercizio 2.1

$\ln_3(-x^2+3x+2) > 2$ (1)



Studio $\ln_3(z) > 2$

equivale a $z > 3^2$

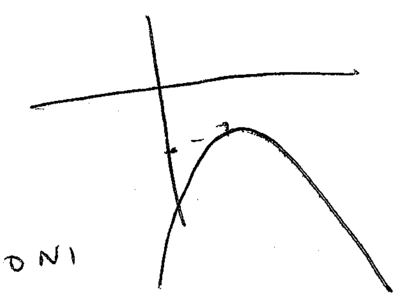
quindi la disequazione (1) corrisponde

a $-x^2+3x+2 > 9 \iff -x^2+3x-7>0$

~~sistema~~ devo determinare la regione in

cui $-x^2+3x-7>0$. ~~si tratta di una~~

~~Dal grafico~~.



$\Delta = b^2-4ac = 9-21<1$

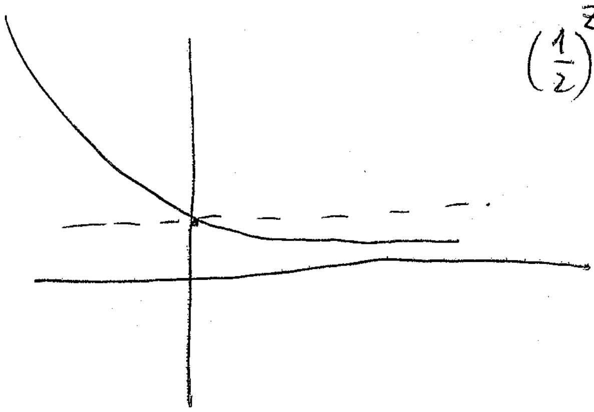
NON CI SONO 2 INTERSEZIONI

IN CONCLUSIONE $-x^2+3x-7>0$ NON È MAI VERIFICATA.

e quindi $\ln_3(-x^2+3x+2)>2$ MAI

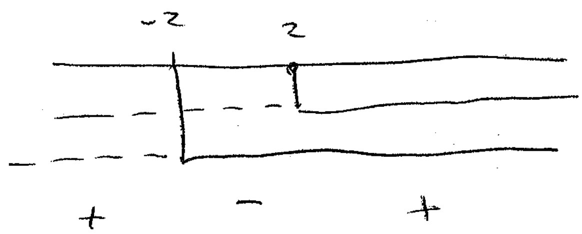
Esercizio 2.2.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-2}{x+2}} < 1$$



$\left(\frac{1}{2}\right)^{z} < 1 \iff z > 0$

$\frac{x-2}{x+2} > 0$



$\frac{x-2}{x+2} > 0$ per $x < -2 \cup x > 2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-2}{x+2}} < 1$ per $x < -2 \cup x > 2$

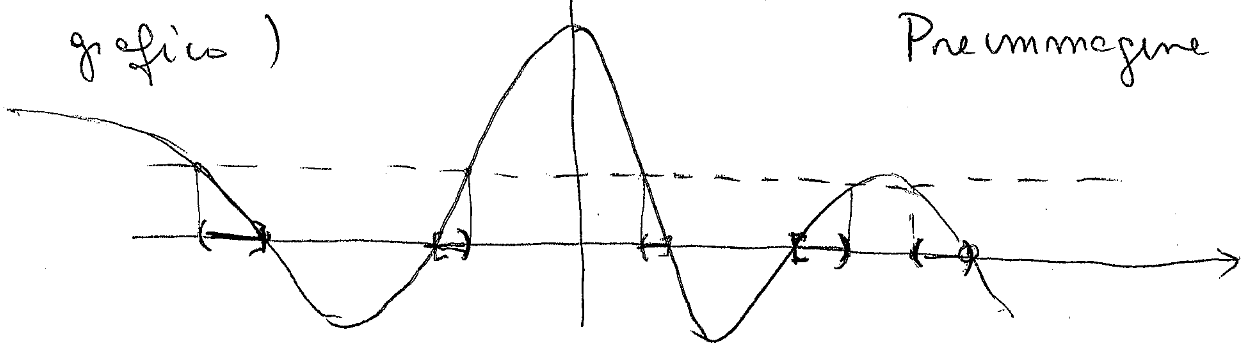
Esercizio 3.

Il dominio e $D = \mathbb{R}$, infatti $\forall x \in \mathbb{R}$ il grafico determina un valore per $f(x)$

Immagine $= (-\infty, 4]$ ~~infatti~~ $f(x)$ assume tutti i valori ~~fra~~ in questo insieme.

(Basta tracciare delle rette orizzontali di quota ≤ 4 e verificare che ci sono intersezioni col grafico)

Preimmagine di $(1, 0]$



$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to 6} f(x) = 0$

$f(6) = -3$. Dato che $\lim_{x \to 6} f(x) = 0 \neq -3 = f(6)$

la funzione NON è continua in $x_0 = 6$.

La funzione è continua in $x_0 = 0$.

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0) = 4$ (È il MAX ASSOLUTO)

MINIMI RELATIVI

$x_1 = -4$, $x_2 = 2$; $x_3 = 6$

Infatti tracciando una retta orizzontale di quota ~~x~~ $f(-4)$ si vede che per x ~~..~~ vicino ~~..~~ a -4 $f(x)$ è tutta sopra alla retta orizzontale cioè $f(x) \geq f(-4)$ vicino a $x = -4$. Lo stesso x gli altri punti.

MASSIMI RELATIVI

$x_4 = 0$; $x_5 = 5$