prova esonero AM220, 2019

Ogni risposta va accuratamente motivata. Non si possono usare: libri, appunti, congegni elettronici, etc.

1. Sia

$$E := \{\ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3\ ,\ \text{tali che } x^2+y^2+z^2 \le 4\,,\, z \le \sqrt{x^2+y^2}\ \}\,.$$

1. Disegnare E. Calcolare la superficie di ∂E.

2. Sia M il corpo ottenuto distribuendo su E uniformemente la densità di massa $\rho = 1$. Determinare massa e baricentro di M.

3. Sia

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} (1+z)(x-y) \\ (1-z)(y-x) \\ (1+z)(x^2+y^2) \end{pmatrix}\ , \quad S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}\ :\quad x^2+y^2 \le 1\,,\quad z = 1-x^2-y^2\}$$

Calcolare il flusso del campo vettoriale f attraverso la superifice S orientata in modo che la normale abbia la terza componente positiva.

4. Sia

$$f_n(x) = \frac{n+\log n}{n+n^3x^4}\ , \quad n = 1,2,\ldots, \quad x \in \mathbb{R}$$

1. Studiare la convergenza puntuale della successione f_n in $\mathbb{R}$.
2. Studiare la convergenza uniforme della successione f_n in $\mathbb{R}$ e in $(1,\infty)$.
3. Studiare la convergenza totale della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n$$

nell?intervallo $[1,2]$.

5. Calcolare i coefficienti di Fourier della funzione 2π-periodica che vale $x-|x|$ nell'intervallo $(-\pi,\pi]$.