

GE220 - Topologia  
Dip. Matematica - Università Roma Tre

M. Pontecorvo e R. Carbone

Compito - 13 luglio 2018

**Istruzioni.** Scrivere nome, cognome, numero di matricola e firma su ogni foglio che si intende consegnare. Scrivere solamente sui fogli forniti. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.

**NON PARLARE** e metter via i cellulari pena il ritiro del compito.

Rispondere alle domande giustificando attentamente le risposte.

**Punteggio totale 100 punti**

1. (a) **(5 punti)**. Fornire un esempio di sottospazio discreto e infinito di  $\mathbb{R}$ .
- (b) **(10 punti)**. Dimostrare che uno spazio topologico discreto è compatto se e solo se è finito.
- (c) **(10 punti)**. Dimostrare che un sottospazio chiuso e discreto  $S$  di uno spazio topologico compatto è finito.
- (d) **(15 punti)**. La stessa conclusione vale se  $S$  è discreto ma non chiuso? Dimostrare o trovare un controesempio.

Girare, prego →

2. (a) **(5 punti)**. Fornire un esempio esplicito di applicazione continua  $f : S^1 \rightarrow \mathbb{R}$  dimostrandone la continuità.  
(b) **(15 punti)**. Dimostrare che non esistono applicazioni continue iniettive  $f : S^1 \rightarrow \mathbb{R}$  o fornire un controesempio.
3. **(20 punti)**. Sia  $r$  una retta in  $R^3$ ; usare la topologia prodotto per calcolare il gruppo fondamentale  $\pi_1(R^3 \setminus \{r\})$  dopo aver dimostrato che non dipende dalla scelta di  $r$ .
4. **(20 punti)**. Classificare tutti i rivestimenti (connessi) del piano proiettivo reale  $\mathbb{R}P^2$ .