

GE220 - Topologia  
Dip. Matematica - Università Roma Tre

M. Pontecorvo e R. Carbone

Compito - 22 giugno 2018

**Istruzioni.** Scrivere nome, cognome, numero di matricola e firma su ogni foglio che si intende consegnare. Scrivere solamente sui fogli forniti. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici.

**NON PARLARE** e metter via i cellulari pena il ritiro del compito.

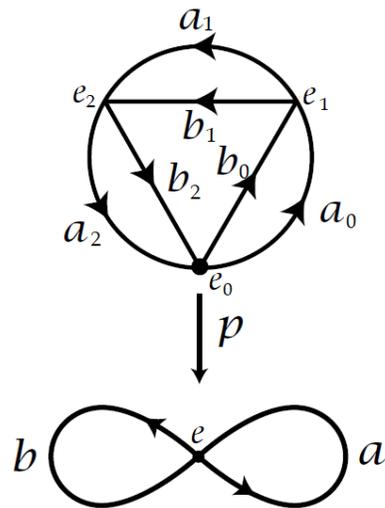
Rispondere alle domande giustificando attentamente le risposte.

**Punteggio totale 100 punti**

1. **(20 punti).** Dimostrare che  $X$  è spazio di Hausdorff se e solo se la diagonale  $D \subset X \times X$  è un sottoinsieme chiuso nella topologia prodotto.
2. **(25 punti).** Per quali valori di  $n = 1, 2$  lo spazio topologico  $\mathbb{R}^n \setminus \mathbb{Q}^n$ , dotato della topologia Euclidea, è connesso ?
3. **(20 punti).** Sia  $Y$  lo spazio con due elementi dotato della topologia discreta. Dimostrare che un arbitrario spazio topologico  $X$  è connesso se e solo se ogni applicazione continua  $\phi : X \rightarrow Y$  è costante.

Girare, prego  $\rightarrow$

4. Si consideri il seguente rivestimento tra spazi topologici  $p : \tilde{X} \rightarrow X$ :



Sapendo che il gruppo fondamentale di  $\tilde{X}$  è isomorfo al gruppo libero generato da 4 elementi:

- (10 punti)** elencare esplicitamente un insieme di generatori per  $\pi_1(\tilde{X}, e_0)$ ;
- (10 punti)** descrivere  $p_*\pi_1(\tilde{X}, e_0)$ ;
- (15 punti)** descrivere l'azione di  $\pi_1(X, e)$  sulla fibra del punto centrale  $p^{-1}(e)$ .