Università degli Studi Roma Tre
AL110 Algebra 1, a.a. 2019/2020

Foglio di esercizi 10

1. Calcolare il MCD in $\mathbb{Q}[x]$, delle seguenti coppie di polinomi

- $x^2 - 1$ e $x^3 - 1$
- $x^3 - 2x^2 + 2x + 5$ e $3x^2 - 4x - 7$
- $x^3 - x^2 + x - 1$ e $x^4 - 1$
- $x^7 + 2x^3 + 3x^2 - 1$ e $x^5 + 2x + 1$
- $x^5 - x^4 - 15x^3 + 25x^2 + 14x - 24$ e $x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 87x^2 - 14x + 120$
- $x^5 - 3x^2 + 6x + 2$ e $\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

2. Calcolare il MCD in $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}[x]$, delle seguenti coppie di polinomi

- $x^7 + 1$ e $x^3 + x + 1$
- $x^5 + x^2 + x + 1$ e $x^4 + x^2 + 1$
- $x^3 - x^2 + x - 1$ e $x^4 - 1$
- $x^7 + x^3 + x^2 - 1$ e $x^5 + x + 1$
- $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$ e $x^5 + x^4 - x^3 - x^2 + 1$
- $x^5 - x^2 + x + 1$ e $x^2 + x + 1$

3. Calcolare il MCD in $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$, e $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ dei polinomi dell'esercizio 2., considerati come polinomi in $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$, e $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ rispettivamente

4. Determinare un identità di Bezout in $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}[x]$ per tutte le coppie dell'esercizio 2.

5 . Determinare un identità di Bezout in $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$, e $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ per tutte le coppie dell'esercizio 3.

6. Determinare i fattori irriducibili in $\mathbb{Q}[x]$ dei seguenti polinomi

- $x^2 + 10x - 39$
- $x^2 - 2x + 1$
- $3x^3 - 14x^2 + 20x - 8$
- $5x^3 + 12x^2 - 11x - 6$
- $3x^3 + 5x^2 + x - 1$
- $3x^4 + x^3 - 17x^2 + 19x - 6$
- $4x^4 + 12x^3 + 13x^2 + 6x + 1$
- $9x^4 + 42x^3 + 61x^2 + 28x + 4$

7. Determinare i fattori irriducibili in $\mathbb{Z}/2Z[x], \mathbb{Z}/3Z[x], \mathbb{Z}/5Z[x]$, e $\mathbb{Z}/7Z[x]$ dei polinomi dell'esercizio 6. considerati come polinomi di $\mathbb{Z}/2Z[x], \mathbb{Z}/3Z[x], \mathbb{Z}/5Z[x]$, e $\mathbb{Z}/7Z[x]$ rispettivamente (quindi riducendo rispettivamente modulo 2, 3, 5, e 7 i coefficenti).