

1. Si trovino le soluzioni dei seguenti sistemi di congruenze

$$\left\{ \begin{array}{l} x \equiv 3 \pmod{7} \\ 3x \equiv 5 \pmod{14} \\ 4x \equiv 9 \pmod{5} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x \equiv 3 \pmod{7} \\ 3x \equiv 2 \pmod{14} \\ 2x \equiv 1 \pmod{5} \end{array} \right.$$

2. Calcolare il resto nella divisione per 7, 12 e 15 di 5^{1031}

3. Determinare i fattori irriducibili in $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ e $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}[x]$ del polinomio

$$4x^5 + 2x^4 - 30x^3 - 29x^2 - 16x - 15$$

4. Calcolare il MCD e un'identità di Bezout in $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ e $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}[x]$, della seguente coppia di polinomi

$$f(x) = -6 - 6x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 \quad g(x) = -18 - 3x - 3x^2 - x^3 + x^4$$

5. Calcolare le radici quinte del numero complesso $z = -\sqrt{14} + i\sqrt{14}$