

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2013/2014
AL210 - Algebra 2 Esercizi per casa (10 Ottobre 2013)

Esercizio 1. Sia Π_n un poligono regolare con n -lati ($n \geq 3$). Denotiamo con D_n il gruppo delle isometrie del piano che mandano Π_n in sé (verificare che D_n è un gruppo). D_n è detto il gruppo *diedrale* di ordine n . Determinare esplicitamente D_n , cioè elencando gli elementi e scrivendo la tabella di moltiplicazione, per $n = 5$. Determinare tutti i sottogruppi di D_5 e dire quali sono quelli normali.

Esercizio 2. Dimostrare che, per ogni $n \geq 4$, D_n è generato da due elementi ρ e σ , che soddisfano le seguenti relazioni

- $\rho^n = 1$ e $\rho^k \neq 1$ for all $1 \leq k \leq n - 1$.
- $\sigma^2 = 1$.
- $\sigma\rho = \rho^{-1}\sigma$

Esercizio 3. Costruire un omomorfismo iniettivo da D_n a S_n e determinare esplicitamente l'immagine di D_n tramite l'omomorfismo costruito.

Esercizio 4. Classificare tutti i sottogruppi di ordine 8 a meno di isomorfismo.