

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2013/2014
AL210 - Algebra 2 Esercitazione 3 (10 Ottobre 2013)

Esercizio 1. Sia Π_n un poligono regolare con n -lati ($n \geq 3$). Denotiamo con D_n il gruppo delle isometrie del piano che mandano Π_n in sè (verificare che D_n è un gruppo). D_n è detto il gruppo *diedrale* di ordine n . Determinare esplicitamente D_n , cioè elencando gli elementi e scrivendo la tabella di moltiplicazione, per $n = 3, 4$. Determinare tutti i sottogruppi di D_4 e dire quali sono quelli normali.

Esercizio 2. Date le matrici quadrate a coefficienti complessi

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Verificare che l'insieme $Q_8 = \{\pm 1, \pm A, \pm B, \pm C\}$ forma un gruppo rispetto alla moltiplicazione di matrici (1 denota la matrice identità). Scrivere la tabella moltiplicativa di Q_8 e determinare l'ordine di tutti gli elementi. Elencare tutti i sottogruppi di Q_8 e verificare quali di essi risultino normali.