Esercitazione del corso GE210 del 17 Ottobre 2017

1. Trovare una base simplettica per le seguenti forme alternanti su K^4, dopo aver verificato che siano non degeneri
    - $B(\overline{v}, \overline{w}) = v_1w_3 - v_1w_4 + v_2w_3 - v_3w_1 - v_3w_2 + v_4w_1$
    - $B(\overline{v}, \overline{w}) = -v_1w_2 + v_1w_3 + v_2w_1 + 2v_2w_3 + v_2w_4 - v_3w_1 - 2v_3w_2 - v_4w_2$
    - $B(\overline{v}, \overline{w}) = v_1w_2 - v_2w_1 + 2v_2w_4 - 3v_3w_4 - 2v_4w_2 + 3v_4w_3$

2. Trovare una base simplettica per le seguenti forme alternanti su K^6, dopo aver verificato che siano non degeneri
    - $B(\overline{v}, \overline{w}) = -v_1w_5 + v_1w_6 + v_2w_4 + v_3w_4 - v_3w_6 - v_4w_2 - v_4w_3 + v_4w_6 + v_5w_1 - v_6w_1 + v_6w_3 - v_6w_4$
    - $B(\overline{v},\overline{w}) = v_1w_6 + v_2w_6 + v_3w_4 + v_3w_5 + v_3w_6 - v_4w_3 - v_5w_2 - v_5w_3 - v_5w_6 - v_6w_1 - v_6w_3 + v_6w_5$
    - $B(\overline{v},\overline{w}) = \sum_{i<j} v_iw_j - \sum_{i>j} v_iw_j$

2. Sia B la forma bilineare la cui matrice rispetto alla base canonica di K^4 è:

$$\begin{pmatrix} h-1 & h+2 & 1 & 1 \\ h & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & h \\ 1 & 0 & h & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare:

- il rango di B per ogni $h \in K$;
- per quali h la forma B è non degenere;
- per quali h la forma B è simmetrica;
- Dato $V =< \overline{e}_1 + h\overline{e}_2, \overline{e}_1 + he_4 >$ determinare $V^{\perp_L}$ e $V^{\perp_R}$.