

GE220 - Topologia Generale e Algebrica
Dip. Matematica - Università Roma Tre

M. Pontecorvo - V. Talamanca

Compito - 14 luglio 2016

Istruzioni. Scrivere nome, cognome, numero di matricola e firma su ogni foglio che si intende consegnare. Scrivere solamente sui fogli forniti. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici. **NON PARLARE** e metter via i cellulari pena il ritiro del compito. Rispondere alle domande giustificando attentamente le risposte.

Punteggio totale 100 punti.

1. Sia X uno spazio topologico.
 - (a) **(10 punti)**. Ricordare, in maniera precisa ma breve, le nozioni di topologia di sottospazio, di sottoinsieme denso e di chiusura di un sottoinsieme di X .
 - (b) **(15 punti)**. Dimostrare che l'intersezione di due aperti densi $U, V \subset X$ è ancora un aperto denso.
 - (c) **(10 punti)**. Cosa può succedere se U, V sono entrambi densi ma nessuno dei due è aperto? Sostieni il tuo enunciato con un esempio esplicito.
2. Sia X uno spazio topologico connesso per archi con $x_0 \in X$. Cosa si può dire su $\pi_1(X, x_0)$
 - (a) **(10 punti)**. Se X è retratto di deformazione di Y con Y semplicemente connesso ?
 - (b) **(15 punti)**. Se c'è un rivestimento $p : S^2 \rightarrow X$ tale che $p^{-1}(x_0)$ consiste di due punti ?
 - (c) **(10 punti)**. Se $\pi_1(X \times Y, (x_0, y_0))$ è il gruppo banale per qualche $y_0 \in Y$ con Y connesso per archi ?
 - (d) **(15 punti)**. Se X è un rivestimento di $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$?

In ciascun caso, enuncia il risultato più forte che puoi, sostenendolo con adeguata dimostrazione.

3. **(15 punti)**. Descrivere lo spazio topologico X dell'esercizio 2 (b), giustificando la risposta.