

# GE310 Istituzioni di Geometria Superiore

A.A. 2018/2019

Prof. M. Pontecorvo - Valerio Talamanca

## Topologia e Geometria delle Superfici – Programma

**1. Classificazione topologica di curve e superfici.** Varietà topologiche e topologia quoziente; richiami. Triangolazioni. Classificazione topologica delle curve. Superfici e loro orientabilità. Somma connessa. Superfici e poligoni etichettati. Caratteristica di Eulero. Teorema di classificazione topologica delle superfici compatte.

**2. Curve in  $R^3$ .** Curve lisce, curve regolari. Immersioni e imbedding. Lunghezza di una curva regolare e ascissa curvilinea. Curvatura e torsione. Curve piane, curvatura con segno, teorema fondamentale della geometria locale delle curve piane.

**3. Superfici regolari in  $R^3$ .** Definizione, coordinate locali: esempi. Ogni superficie regolare è localmente il grafico di una funzione. Immagine inversa di un valore regolare. Funzioni, applicazioni lisce e diffeomorfismi su una superficie. Piano tangente e derivata di un'applicazione. Esempio: la funzione 'altezza da un piano'. Versore normale, applicazione di Gauss, e orientazione. Superfici orientabili, il nastro di Möbius non è orientabile.

**4. L'Applicazione di Gauss di una superficie in  $R^3$ .** La prima forma fondamentale di una superficie nello spazio Euclideo: espressione in coordinate locali, esempi. Operatore autoaggiunto e forma bilineare simmetrica associata, teorema spettrale: l'operatore Forma e la seconda forma fondamentale di una superficie in  $R^3$ , curvatures principali. Curvatura Media e di Gauss, punti ellittici, iperbolici, parabolici e planari. Esempi. Studio della funzione 'seconda forma fondamentale ristretta al cerchio tangente unitario': curvatura normale. Teorema di Meusnier. Direzioni di curvatura e direzioni asintotiche. Linee di curvatura: teorema di Olinde Rodrigues. Una superficie con tutti punti ombelicali è contenuta in un piano o in una sfera.

**5. Significato geometrico della curvatura di Gauss.** Segno della curvatura di Gauss e posizione del piano tangente. Studio della funzione 'distanza di una superficie da un piano': punti critici e interpretazione geometrica della segnatura dell'Hessiana nei punti critici. Studio della funzione 'distanza da un punto' e curvatura di Gauss in un punto di massimo. Applicazioni alle superfici compatte. Superfici rigate, superfici Minime.

**6. Isometrie di superfici.** Movimenti rigidi di  $R^3$  e isometrie di superfici. Isometrie locali, esempi. Isometrie conformi e coordinate isoterme. Calcolo dell'operatore Forma in coordinate isoterme. Equazione di Gauss e dimostrazione del Theorema Egregium. Esempi, controesempi e applicazioni.

**7. Esercizi.** Parte integrante del corso e strumento centrale per la preparazione all'esame scritto sono gli esercizi che potete trovare sui libri di testo e/o distribuiti in classe e quelli disponibili sul sito della didattica interattiva del corso.

**8. Laboratorio:** 12 ore di laboratorio con il Dott. V.Talamanca per la visualizzazione e il calcolo su curve e superfici.

### TESTI CONSIGLIATI

- [1] J.M. LEE, *Introduction to topological manifolds*. Springer, (2000). - - <http://dx.doi.org/10.1007/b98853>  
 [2] E. SERNESI, *Geometria 2*. Boringhieri, (1994).  
 [3] M. DO CARMO , *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice Hall, (1976).

### BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [4] M.ABATE, F.TOVENA, *Curve e Superfici*. Springer, (2006).

### MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO