

1. Calcolare il determinante delle seguenti matrici:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 3 & \frac{7}{2} & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathcal{D} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -7 & 5 \\ \frac{1}{2} & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Calcolare l'inversa delle seguenti matrici:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \frac{1}{2} & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Risolvere con il metodo di Cramer i seguenti sistemi:

$$(a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$
$$(b) \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ -x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

4. Siano dati i seguenti punti di \mathbb{R}^3 con il riferimento affine standard:

$$A = (1, 0, 1) \quad B = (-1, 1, 1) \quad C = (1, 1, 0)$$

Sia $H = (1, 1, 1)$, $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, -1)$ un altro riferimento affine. Trovare le coordinate di A, B, C in questo nuovo riferimento.