Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2005/2006
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatore: Dott. V. Talamanca
Tutori: Dott. Andrea Agnesse & Dott. Nazareno Maroni
Sito: *http://andynaz.altervista.org/didattica.htm*

Soluzioni del tutorato n.7 del 27/4/2006

1. $\det(\mathcal{A}) = \dfrac{53}{6}$

2. Per trovare i valori di k per i quali esistono soluzioni utilizziamo il teorema di KRC: detta $\mathcal{A}$ la matrice dei coefficienti e b è la colonna dei termini noti calcoliamo per prima cosa $\det(\mathcal{A}) = 2k^2 + k - 6 \neq 0$; troviamo così che $k \notin \{\frac{3}{2}, -2\}$. Dunque per questi infiniti valori di k abbiamo che $rg(\mathcal{A}) = 3$ e dunque esiste un'unica soluzione (poiché *in questo caso* anche $rg(\mathcal{A}|b) = 3$). Se $k = \frac{3}{2}$ o $k = -2$ abbiamo che $rg(\mathcal{A}|b)$[1] $> rg(\mathcal{A})$ e dunque il sistema è incompatibile.
   Nel caso in cui $k = 1$ per trovare le soluzioni posso usare Cramer e ottengo che la soluzione è $(\frac{1}{3}, 1, \frac{4}{3})$.

3. Operando come sopra abbiamo che $\det(\mathcal{A}) = -k^3 + 2k^2 + k - 2 \neq 0 \Leftrightarrow k \notin \{\pm 1, 2\}$; dunque anche in questo caso per questi infiniti valori k abbiamo un'unica soluzione[2]. Usando poi sempre il teorema di KRC abbiamo che per $k = 1$ abbiamo ∞^1 soluzioni del tipo $(t + 3, 2, t)$, mentre per $k \in \{-1, 2\}$ il sistema è incompatibile.
   Nel caso in cui $k = -2$ per trovare le soluzioni posso usare Cramer e ottengo che la soluzione è $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -1)$.

4. Basta sfruttare la definizione, ponendo per ogni punto X che $\overrightarrow{HX} = ae_1 + be_2 + ce_3$, ottenedo così le nuove coordinate: $X(a, b, c)$.
$$A(0, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) \quad B(\tfrac{3}{4}, -1, -\tfrac{7}{4}) \quad C(-1, 2, 1) \quad D(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}, -1)$$

5. Sfruttando la definizione, ovvero che $X \in S \Leftrightarrow \overrightarrow{PX} \in \mathcal{W}$, abbiamo che solo $A \in S$.

---
[1] è conveniente usare il principio dei minori orlati!!!

[2] *in questo caso* si intende per le particolari dimensioni del sistema

6. Basta sfruttare la definizione, verificando se $\dim(\overline{ABC}) \leqslant 1$
   (a) collineati
   (b) non collineati
   (c) collineati
   (d) non collineati

7. In questo caso, per verificare che $\dim(\overline{ABCD}) \leqslant 2$, è possibile verificare, mettendo i vettori in colonna, che $\det(\overrightarrow{AB}|\overrightarrow{AC}|\overrightarrow{AD}) = 0$
   (a) non complanari
   (b) non complanari
   (c) non complanari
   (d) complanari