

5. DIVIDE ET IMPERA I

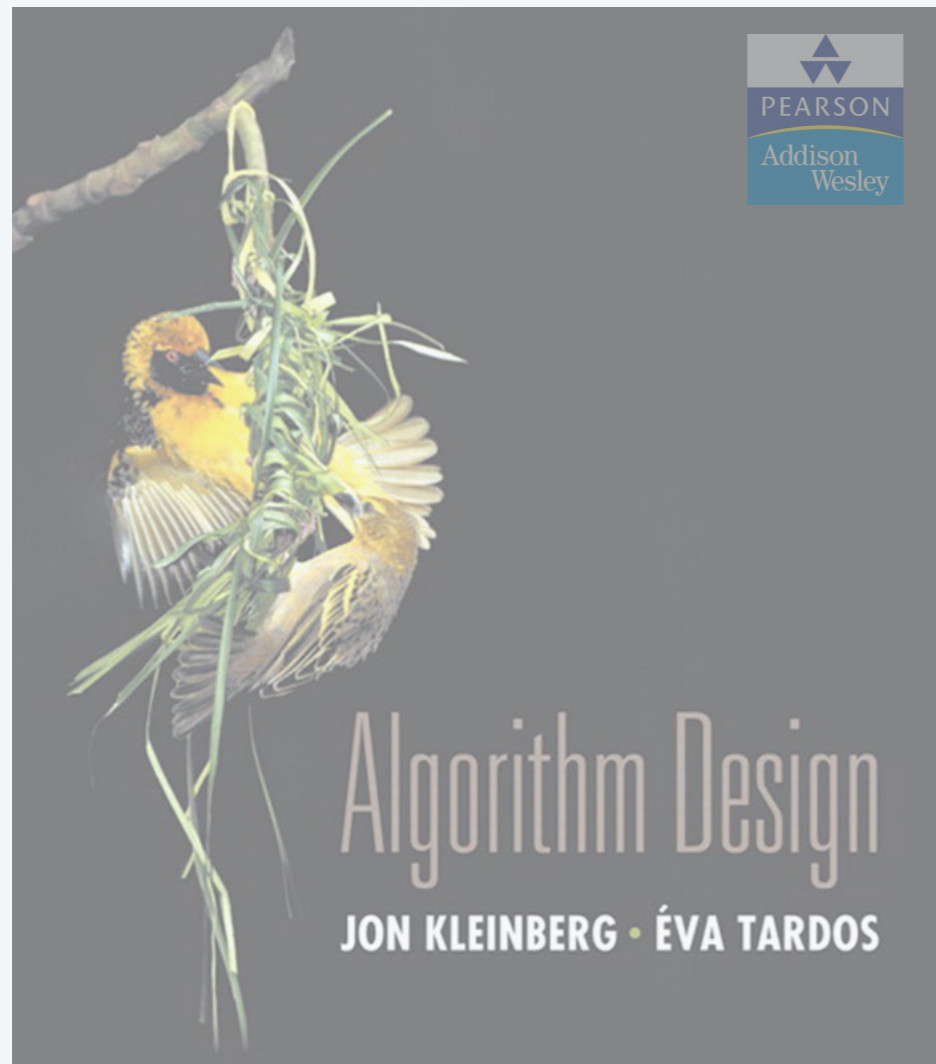
- ▶ *demo fusione (merge)*
- ▶ *demo merge-and-count*

Traduzione e adattamento di Vincenzo Bonifaci

Original lecture slides by Kevin Wayne

Copyright © 2005 Pearson–Addison Wesley

<http://www.cs.princeton.edu/~wayne/kleinberg-tardos>



SECTIONS 5.1–5.2

5. DIVIDE ET IMPERA

- ▶ *demo fusione (merge)*
- ▶ *merge-and-count demo*

Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A

3	7	10	14	18
---	---	----	----	----

lista ordinata B

2	11	16	20	23
---	----	----	----	----

Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 2

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 3

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

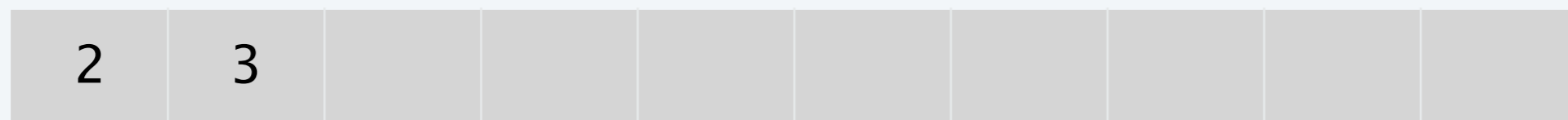
lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A

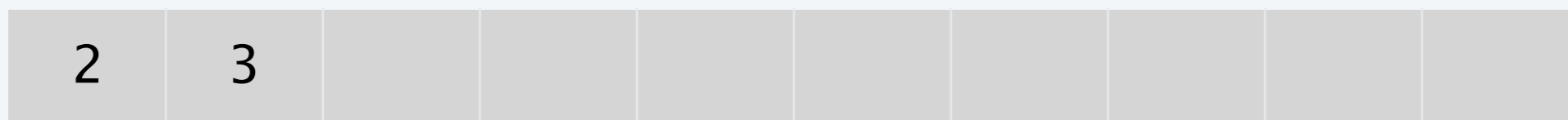


lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 7

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 10

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

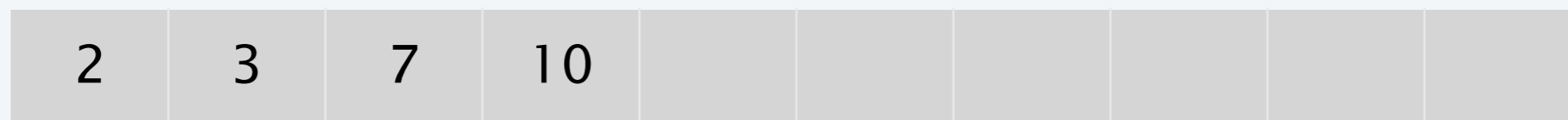
lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A

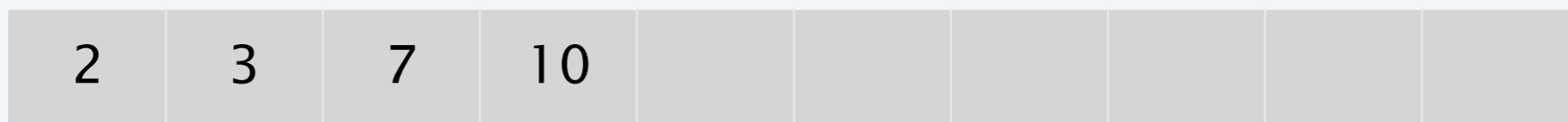


lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 11

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 14

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 16

lista ordinata C



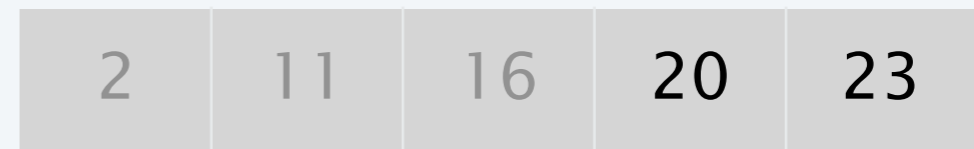
Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 18

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



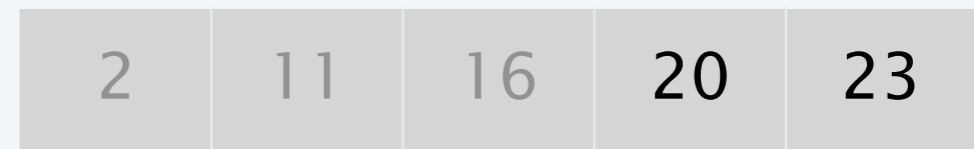
Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista A esaurita: copia 20

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista A esaurita: copia 23

lista ordinata C



Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



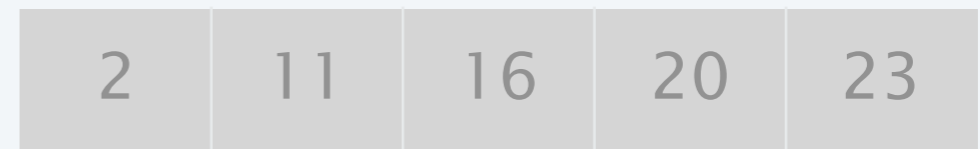
Demo fusione (merge)

Date due liste ordinate A e B , fonderle in una lista ordinata C .

lista ordinata A



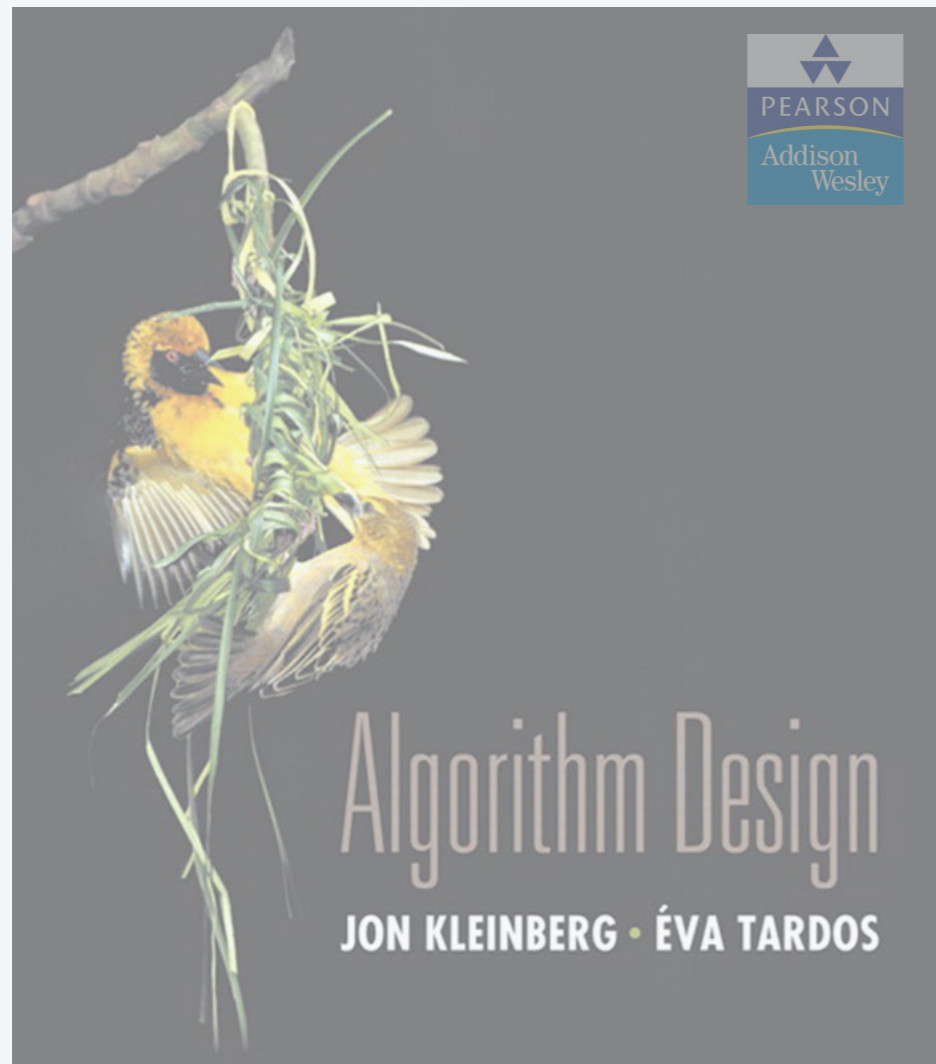
lista ordinata B



fine

lista ordinata C





SECTION 5.3

5. DIVIDE ET IMPERA

- ▶ *merge demo*
- ▶ *demo merge-and-count*

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A

3	7	10	14	18
---	---	----	----	----

lista ordinata B

2	11	16	20	23
---	----	----	----	----

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

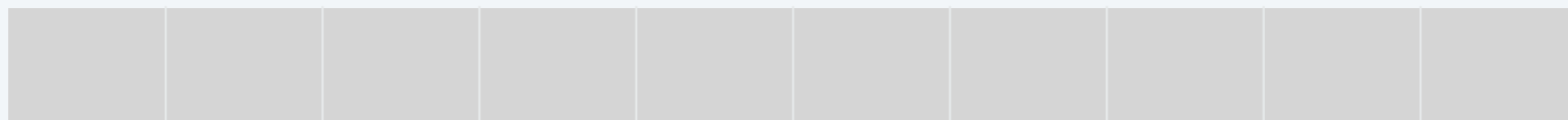
lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



inversioni = 0

Demo merge-and-count

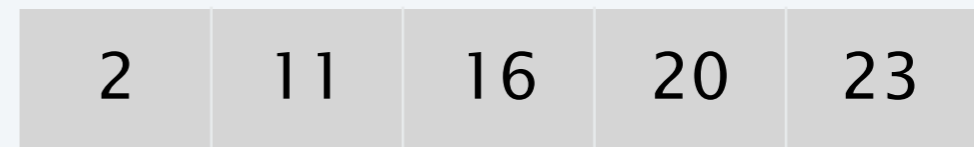
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



$x = 5$ ← numero di elementi residui di A
inversioni = 0

Demo merge-and-count

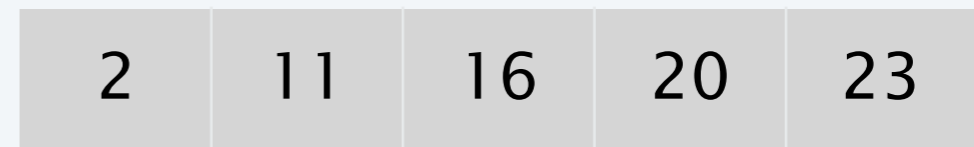
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



confronta il minimo di ogni lista: copia 2 e aggiungi x al conteggio delle inversioni

lista ordinata C



$x = 5$ ← numero di elementi residui di A
inversioni = 0

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5



lista ordinata C



$x = 5$
inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B

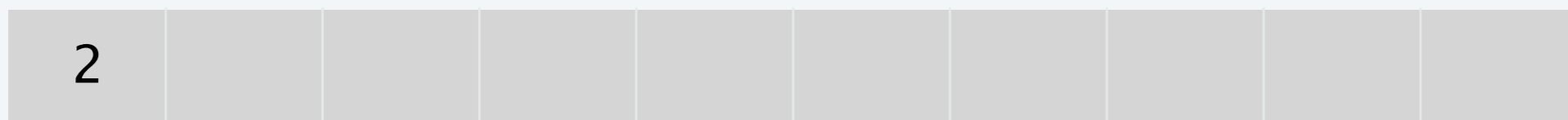


5



confronta il minimo di ogni lista: copia 3 e decrementa x

lista ordinata C



$x = 5$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5



lista ordinata C



$x = 4$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B

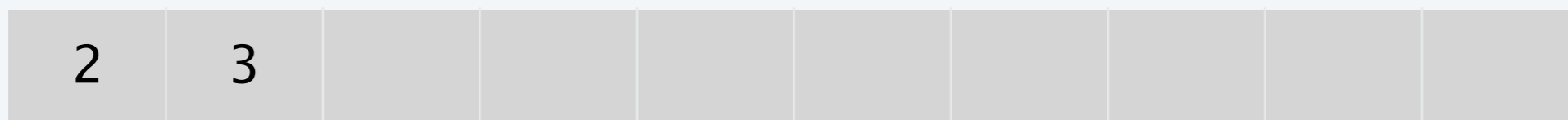


5



confronta il minimo di ogni lista: copia 7 e decrementa x

lista ordinata C



$x = 4$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5



lista ordinata C



$x = 3$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B

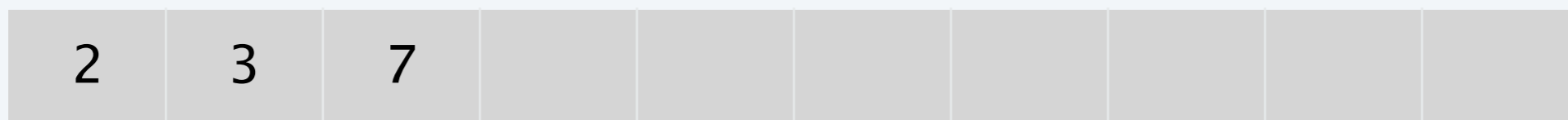


5



confronta il minimo di ogni lista: copia 10 e decrementa x

lista ordinata C



$x = 3$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



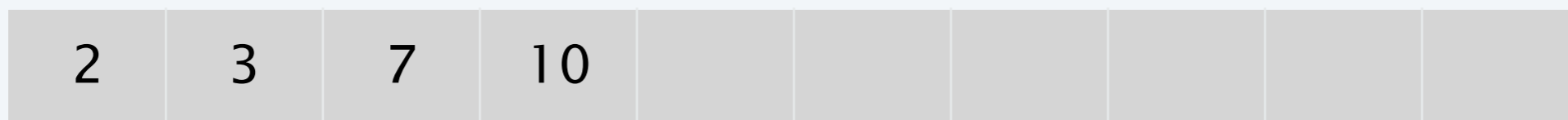
lista ordinata B



5



lista ordinata C



$x = 2$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B

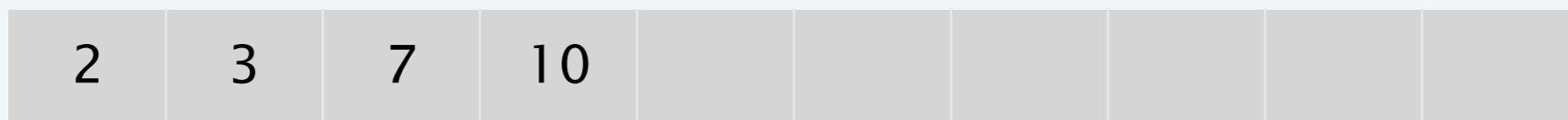


5



confronta il minimo di ogni lista: copia 11 e aggiungi x al conteggio delle inversioni

lista ordinata C



$x = 2$

inversioni = 5

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2



lista ordinata C



$x = 2$

inversioni = 7

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fonda A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2



confronta il minimo di ogni lista: copia 14 e decrementa x

lista ordinata C



$x = 2$

inversioni = 7

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2



lista ordinata C



$x = 1$

inversioni = 7

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2



confronta il minimo di ogni lista: copia 16 e aggiungi x al conteggio delle inversioni

lista ordinata C



$x = 1$

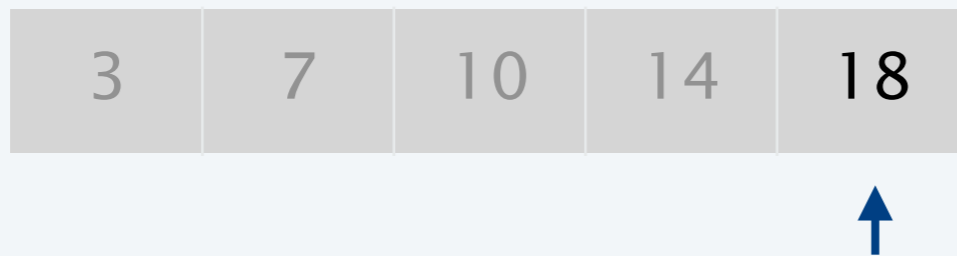
inversioni = 7

Demo merge-and-count

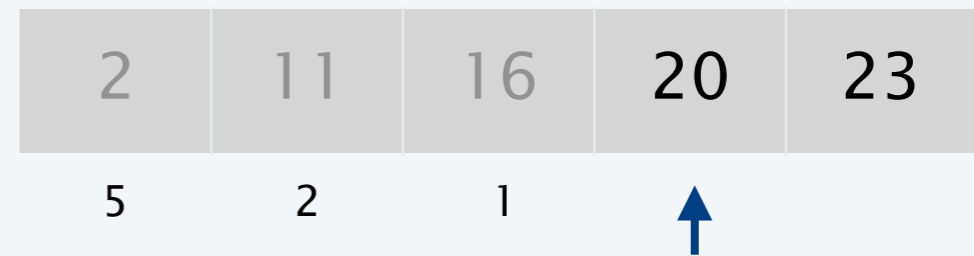
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



lista ordinata C



$x = 1$
inversioni = 8

Demo merge-and-count

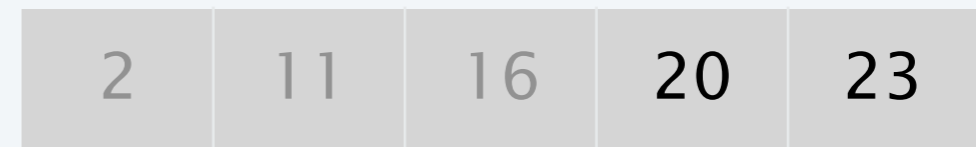
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

↑

confronta il minimo di ogni lista: copia 18 e decrementa x

lista ordinata C



x = 1

inversioni = 8

Demo merge-and-count

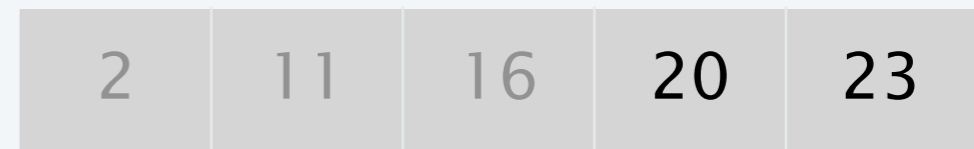
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

↑

lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8

Demo merge-and-count

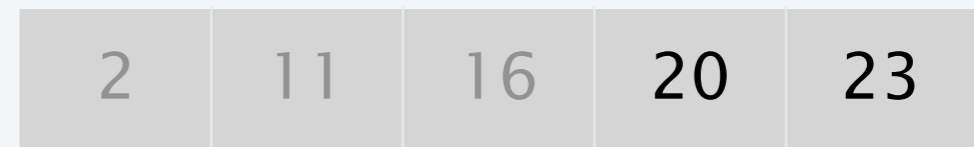
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

↑

lista A esaurita: copia 20

lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8

Demo merge-and-count

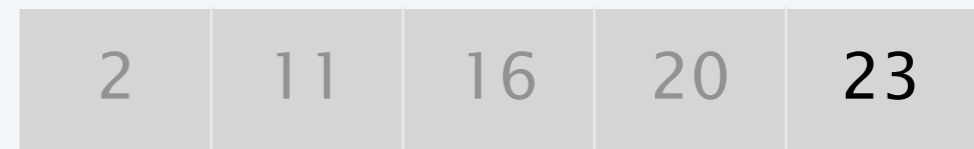
Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

0

↑

lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

0

↑

lista A esaurita: copia 23

lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

0

0



lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8

Demo merge-and-count

Date due liste ordinate A e B ,

- Conta il numero di inversioni (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$.
- Fondi A e B in una lista ordinata C .

lista ordinata A



lista ordinata B



5

2

1

0

0



fine: restituisci 8 inversioni

lista ordinata C



$x = 0$

inversioni = 8