

**Esercitazione di Complementi di Matematica, a. a. 2016/17**  
**Corso di Laurea in Ingegneria**  
**Università degli studi Roma Tre**

**Foglio n° 5**  
**CONICHE**

**Esercizio 1.** Sia il piano affine  $\mathbb{A}^2$  con riferimento  $RA(O, e_1, e_2)$ . Per ognuna delle seguenti coniche

(1)  $x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0$ ;

(2)  $x^2 - 3xy + 5y^2 - 2x + 6 = 0$ ;

(3)  $x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0$ ;

(4)  $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0$ ;

(5)  $-2x^2 + y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ ;

(6)  $3x^2 - 5xy - 2y^2 - x + 9y - 4 = 0$ ;

(7)  $x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ ;

(8)  $x^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$ ;

(9)  $x^2 - 2\sqrt{3}xy - y^2 + 4x + 3 = 0$ ;

(10)  $5x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y = 0$ ;

(11)  $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$ ;

(12)  $xy - 2x - y - 2 = 0$ .

- (i) dire se è degenerare o meno;
- (ii) stabilire il tipo di conica;
- (iii) determinare la forma canonica affine e l'affinità che la riduce in tale forma;
- (iv) studiare i punti impropri, considerare la conica + i punti impropri in  $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$  e determinare la forma canonica della conica proiettiva risultante.

**Esercizio 2.** Nello spazio  $\mathbb{A}^2$  con riferimento  $RA(O, e_1, e_2)$ , si consideri il fascio di coniche

$$\gamma_k : x^2 + (1 - k)y^2 + 2kx - 2(1 - k)y + 2 - k = 0$$

al variare di  $k \in \mathbb{R}$ . Determinare i valori di  $k$  per cui:

- (i)  $\gamma_k$  è una parabola;
- (ii)  $\gamma_k$  è una iperbole;
- (iii)  $\gamma_k$  è una ellisse a punti reali;
- (iv)  $\gamma_k$  è una circonferenza;
- (v)  $\gamma_k$  è una conica degenerare;
- (vi)  $\gamma_k$  è una ellisse a punti non reali.