

Esercitazione di Complementi di Matematica, a. a. 2016/17
Corso di Laurea in Ingegneria
Università degli studi Roma Tre

Foglio n° 5
CONICHE

Esercizio 1. Sia il piano affine \mathbb{A}^2 con riferimento $RA(O, e_1, e_2)$. Per ognuna delle seguenti coniche

(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0$;

(2) $x^2 - 3xy + 5y^2 - 2x + 6 = 0$;

(3) $x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0$;

(4) $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0$;

(5) $-2x^2 + y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$;

(6) $3x^2 - 5xy - 2y^2 - x + 9y - 4 = 0$;

(7) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$;

(8) $x^2 - 2xy + 2y - 1 = 0$;

(9) $x^2 - 2\sqrt{3}xy - y^2 + 4x + 3 = 0$;

(10) $5x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y = 0$;

(11) $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$;

(12) $xy - 2x - y - 2 = 0$.

- (i) dire se è degenerare o meno;
- (ii) stabilire il tipo di conica;
- (iii) determinare la forma canonica affine e l'affinità che la riduce in tale forma;
- (iv) studiare i punti impropri, considerare la conica + i punti impropri in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ e determinare la forma canonica della conica proiettiva risultante.

Esercizio 2. Nello spazio \mathbb{A}^2 con riferimento $RA(O, e_1, e_2)$, si consideri il fascio di coniche

$$\gamma_k : x^2 + (1 - k)y^2 + 2kx - 2(1 - k)y + 2 - k = 0$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$. Determinare i valori di k per cui:

- (i) γ_k è una parabola;
- (ii) γ_k è una iperbole;
- (iii) γ_k è una ellisse a punti reali;
- (iv) γ_k è una circonferenza;
- (v) γ_k è una conica degenerare;
- (vi) γ_k è una ellisse a punti non reali.