

**SECONDO APPELLO DI
GEOMETRIA 1 E COMPLIMENTI DI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
UNIVERSITÁ ROMA TRE, A.A. 2016/2017**

Nome candidato:

Numero di matricola:

Tipo di prova scelta:

- Esame completo
- Prima parte: Geometria 1
- Seconda parte: Complementi di Matematica
- Integrazione di crediti:

Tutte le risposte vanno argomentate chiaramente. Se si svolge il compito intero, bisogna consegnare il compito diviso in due parti (e dunque in fogli diversi).

ESERCIZI di COMPLEMENTI DI MATEMATICA

ESERCIZIO 5

Si consideri la forma quadratica su \mathbb{R}^3 :

$$q(X, Y, Z) = 2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 + 2XY + 2XZ + 2YZ.$$

- (i) Trovare una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto a cui q sia diagonale. Scrivere la forma diagonale nella base ortonormale trovata. Dire qual'è il rango e la segnatura di q .
- (ii) Determinare una base rispetto a cui q si scrive in forma di Sylvester e scriver q in forma di Sylvester.

ESERCIZIO 6

Nello spazio euclideo numerico \mathbb{E}^3 , si consideri il punto $P = (1, 0, -1)$ e la retta

$$r : \begin{cases} x + y - 2 = 0, \\ 2y - z = 0. \end{cases}$$

- (i) Trovare le equazioni cartesiane e parametriche di tutti i piani Π contenenti r e passanti per P .
- (ii) Trovare le equazioni parametriche e cartesiane di tutte le rette s passanti per P e incidenti a r .
- (iii) Trovare le equazioni parametriche e cartesiane di tutte le rette t passanti per P , incidenti a r e ortogonali a r .

ESERCIZIO 7

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) \mapsto f(x, y) := x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2,$$

- (i) Determinare i punti critici di f .
- (ii) Si studi la natura di ciascun punto critico, cioè si dica se si tratta di un punto di minimo o massimo debole o forte, o di un punto di sella.

ESERCIZIO 8

Si consideri l'arco di curva

$$\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ t \mapsto (2t, -t^2, t^3).$$

- (i) Si calcoli il triedro intrinseco o di Frenet per γ nel punto $\gamma(0)$.
- (ii) Si calcoli la curvatura e la torsione di γ nel punto $\gamma(0)$.