

**TERZO APPELLO DI
GEOMETRIA 1 E COMPLIMENTI DI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
UNIVERSITÁ ROMA TRE, A.A. 2016/2017**

Nome candidato:

Numero di matricola:

Tipo di prova scelta:

- Esame completo
- Prima parte: Geometria 1
- Seconda parte: Complementi di Matematica
- Integrazione di crediti:

Tutte le risposte vanno argomentate chiaramente. Se si svolge il compito intero, bisogna consegnare il compito diviso in due parti (e dunque in fogli diversi).

ESERCIZI di COMPLEMENTI DI MATEMATICA

ESERCIZIO 5

Si verifichi che la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

definisce un prodotto scalare \times in \mathbb{R}^3 . Applicando alla base canonica di \mathbb{R}^3 il procedimento di Gram-Schmidt determinare una base ortogonale rispetto a \times .

ESERCIZIO 6

Si consideri la conica nel piano proiettivo $\mathbb{P}^2(K)$ (dove $K = \mathbb{R}$ o \mathbb{C}):

$$\mathcal{C} := \{X^2 - Y^2 + YZ = 0\}.$$

- (i) Se $K = \mathbb{C}$, determinare la forma canonica di \mathcal{C} e trovare una proiettività complessa che trasformi \mathcal{C} in forma canonica.
- (ii) Se $K = \mathbb{R}$, determinare la forma canonica di \mathcal{C} e trovare una proiettività complessa che trasformi \mathcal{C} in forma canonica.

ESERCIZIO 7

- (i) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale:

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = 0.$$

- (ii) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = 0, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 8

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R},$$

$$(x, y) \mapsto f(x, y) := x^4 + y^4 - 2(x - y)^2 + 2.$$

- (i) Determinare i punti critici di f .
- (ii) Si studi la natura di ciascun punto critico, cioè si dica se si tratta di un punto di minimo o massimo debole o forte, o di un punto di sella.