

Prova scritta di Geometria I modulo
Ingegneria Civile 12 - 09 -2017

Es. 1 Sia S una matrice quadrata simmetrica. Dimostrare che anche S^2 è una matrice simmetrica.

Es. 2 Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(i) Verificare che $A^2 - 4A + I = 0$.

(ii) Sfruttare l'uguaglianza precedente per calcolare l'inversa della matrice A .

Es. 3

(i) La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è invertibile? Nel caso lo sia, calcolare la sua inversa A^{-1} .

(ii) Considerato l'operatore $T : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$, rappresentato nella base canonica dalla matrice A , determinarne il nucleo $\text{Ker } T$.

(iii) Perché, senza fare calcoli, possiamo affermare che T è diagonalizzabile?

(iv) Calcolare gli autovalori di T e una base ortonormale di autovettori.

(v) Calcolare due matrici ortogonali diverse diagonalizzanti la matrice A .

Es. 4 Sia W il sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^4 rappresentato dal sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

(i) Determinare la dimensione e una base di W .

(ii) Completare la base trovata a una base di tutto W .

(iii) Determinare equazioni cartesiane del sottospazio W^\perp , complemento ortogonale di W .