

**QUARTO APPELLO DI
GEOMETRIA 1 E COMPLIMENTI DI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
UNIVERSITÁ ROMA TRE, A.A. 2016/2017**

Nome candidato:

Numero di matricola:

Tipo di prova scelta:

- Esame completo (Esercizi 1-2-3 e 4-5-6-7, 3 ore e mezza)
- Prima parte: Geometria 1 (Primi quattro esercizi, 2 ore)
- Seconda parte: Complementi di Matematica (Ultimi quattro esercizi, 2 ore)

Tutte le risposte vanno argomentate chiaramente. Se si svolge il compito intero, bisogna consegnare il compito diviso in due parti (e dunque in fogli diversi).

ESERCIZI di COMPLEMENTI DI MATEMATICA

ESERCIZIO 5

Si consideri la forma quadratica su \mathbb{R}^3 :

$$q(X, Y, Z) = -X^2 - Y^2 - Z^2 + 2XY + 2XZ + 2YZ.$$

- (i) Trovare una base ortonormale di \mathbb{R}^3 rispetto a cui q sia diagonale. Scrivere la forma diagonale nella base ortonormale trovata. Dire qual'è il rango e la segnatura di q .
- (ii) Determinare una base rispetto a cui q si scrive in forma di Sylvester e scrivere q in forma di Sylvester.
- (iii) Si consideri ora $q(X, Y, Z)$ come forma su \mathbb{C}^3 e si riduca q a forma canonica su \mathbb{C}^3 .

ESERCIZIO 6

Nello spazio affine numerico $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$, si considerino il punto $Q = (1, -1, -1)$ e le rette

$$r_1 : \begin{cases} 2x + y + 1 = 0, \\ -2x + 3y + z = 0, \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} y = 2, \\ z = 1. \end{cases}$$

- (i) Trovare le equazioni cartesiane di tutti i piani Π_i contenenti Q e passanti per r_i (per $i = 1, 2$).
- (ii) Trovare le equazioni cartesiane e parametriche della retta s passante per Q e coplanare sia a r_1 che a r_2 .
- (iii) Dire se la retta s trovata nel punto (ii) sia incidente o parallela a r_i (per $i = 1, 2$), e se incidente trovare il punto di intersezione.

ESERCIZIO 7

Si consideri la funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) \mapsto f(x, y) := x^3 + y^3 - 3xy.$$

- (i) Determinare i punti critici di f .
- (ii) Si studi la natura di ciascun punto critico, cioè si dica se si tratta di un punto di minimo o massimo debole o forte, o di un punto di sella.

ESERCIZIO 8

Si consideri l'arco di curva

$$\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ t \mapsto (e^{2t}, 2e^t, t).$$

- (i) Si calcoli il triedro intrinseco o di Frenet per γ nel punto $\gamma(0)$.
- (ii) Si calcoli la curvatura e la torsione di γ nel punto $\gamma(0)$.