

Nome candidato:  
Numero di matricola:

**PROVA IN PREPARAZIONE AL PRIMO APPELLO DI  
COMPLIMENTI DI MATEMATICA  
DURATA: 2 ORE E MEZZA.  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
A.A. 2016/2017**

Tutte le risposte vanno argomentate chiaramente.

**ESERCIZIO 1** (7 punti)

Si consideri la forma quadratica su  $\mathbb{R}^3$  o  $\mathbb{C}^3$ :

$$q(X, Y, Z) = 2X^2 + 2Y^2 + 2Z^2 - 2XY - 2XZ - 2YZ.$$

- (1) Ridurre  $q$  in forma canonica su  $\mathbb{R}^3$ ;
- (2) Ridurre  $q$  in forma canonica su  $\mathbb{C}^3$ .

**ESERCIZIO 2** (7 punti)

Si consideri la conica

$$\mathcal{C} := \{X^2 + Y^2 + XY + X + Y = 0\}.$$

- (1) Ridurre  $\mathcal{C}$  in forma canonica nel piano euclideo  $\mathbb{E}$ ;
- (2) Ridurre  $\mathcal{C}$  in forma canonica nel piano affine reale  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ ;
- (3) Ridurre  $\mathcal{C}$  in forma canonica nel piano affine complesso  $\mathbb{A}^2(\mathbb{C})$ .

**ESERCIZIO 3** (7 punti)

Si consideri la curva parametrizzata in  $\mathbb{R}^3$

$$\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t).$$

Dopo aver verificato che  $\gamma$  è regolare su tutto  $\mathbb{R}$  se ne calcolino:

- (1) i versori tangente, normale e binormale;
- (2) le funzioni curvatura e torsione.

**ESERCIZIO 4** (7 punti)

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} ty' + 2y = e^{t^2} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

e discutere l'intervallo di esistenza della soluzione.

**ESERCIZIO 5** (7 punti)

Si consideri la funzione

$$f(x; y) = x^2 + y^2 + xy + x.$$

Determinarne l'insieme di definizione e i punti critici e classificarli. Dire se  $f$  ha un minimo o massimo assoluto.