Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

TUTORATO DI GE110

Anno Accademico 2018/2019

Docente: Filippo Viviani

Tutori: Alessio Rampogna e Chiara Camerini

`Tutorato 10`

`29 Maggio 2019`

1. Calcolare il polinomio minimo ed il polinomio caratteristico delle seguenti matrici,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -5 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

con: $A \in M_4(\mathbb{Q}), B \in M_4(\mathbb{R})$ e $C \in M_4(\mathbb{C})$.

2. Data la seguente matrice A, determinarne gli autovalori e calcolare per ciascuno di essi la molteplicità algebrica e geometrica.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ rappresentato dalla seguente matrice:

$$T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -5 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

detto $v = (-1, 2, 2)^t$, determinare $\mu_{\Phi,v}(x)$.

4. Calcolare la forma canonica di Jordan della seguente matrice.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

5. Data la seguente matrice B, verificare che è triangolarizzabile e determinare una sua forma triangolare.

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ -2 & 9 & -7 \\ -2 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

6. Sia T l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ al quale è associato, rispetto alla base canonica, la matrice seguente:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinare gli autovalori di T ed i relativi autospazi.

   (b) Dimostrare che T è diagonalizzabile.

   (c) Determinare una base rispetto alla quale T ha matrice associata D diagonale. Calcolare inoltre una matrice P diagonalizzante, ossia tale che $P^{-1}CP = D$.