

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
TUTORATO DI GE110

Anno Accademico 2018/2019

Docente: Filippo Viviani

Tutori: Alessio Rampogna e Chiara Camerini

Tutorato 9

22 Maggio 2019

1. Usando lo sviluppo di Laplace, calcolare il determinante delle seguenti matrici.

$$F = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \\ -6 & -2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & -12 & 2 & 10 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 0 \\ 3 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Usando la matrice dei cofattori, calcolare, *se possibile*, l'inversa delle seguenti matrici.

$$T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 4 & 6 & 6 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ -2 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Con riferimento agli esercizi 1 e 2, calcolare il polinomio caratteristico delle matrici F e T .
4. Usando la formula di Cayley-Hamilton, calcolare il polinomio minimo delle seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 6 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Si considerino i seguenti endomorfismi $\Phi_i : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tali che:

$$\Phi_1 : (x, y, z) \longrightarrow (-x + 4y + 4z, -y, -x + 7y + 3z)$$

$$\Phi_2 : (x, y, z) \longrightarrow (2x, -x - 3y - z, -x + 4y + z)$$

Determinare la decomposizione primaria di $\mathbb{R}^3$ rispetto a Φ_i , con $i = 1, 2$.

6. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo associato alla seguente matrice rispetto alla base canonica:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dire se:

- Φ è iniettivo.
- $(1, 1, -1)$ è un autovettore di Φ .
- 2 è un autovalore di Φ .

7. Determinare tutti gli autovalori delle seguenti matrici.

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$