

Tutorato di GE220

AA. 2011-2012

Docente: Prof. Filippo Viviani

Tutore: Martina Patone

27 Febbraio 2012

1. Dimostrare che nella topologia euclidea gli intervalli $[a, b]$ sono chiusi.
2. Sia $X = \{a, b, c, d, e\}$ con la topologia $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, e\}\}$. Trovare la chiusura, il derivato, la frontiera e l'interno dei seguenti sottoinsiemi dei seguenti sottoinsiemi:

$$\{a\}, \{e\}, \{d, e\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \{a, d, e\}.$$

3. In \mathbb{R} consideriamo il sottoinsieme

$$S = \left\{ \frac{n}{(n+1)}; n = 0, 1, 2, \dots \right\}$$

Dimostrare che:

- (a) $\bar{S} = S \cup \{1\}$ dove \mathbb{R} ha la topologia euclidea;
- (b) $\bar{S} = \mathbb{R}$ dove \mathbb{R} ha la topologia cofinita.

4. Sia

$$\mathcal{S} = \{\mathbb{N}, \emptyset, \{n, n+1, n+2, \dots\}; n \in \mathbb{N}\}$$

- (a) Dimostrare che \mathcal{S} è una topologia;
- (b) Trovare i punti di accumulazione dell'insieme $S = \{3, 7, 51, 107\}$ e determinare \bar{S}
- (c) Determinare i sottoinsiemi di \mathbb{N} il cui derivato è \mathbb{N}

5. Nel piano \mathbb{R}^2 si consideri la famiglia

$$\tau = \{\emptyset, \mathbb{R}^2, \{x^2 + y^2 < r^2; r > 0\}\}$$

Dimostrare che si tratta di una topologia e determinare la chiusura di $\{xy = 1\}$