FOGLIO DI ESERCIZI 3: SOTTOSPAZI DI $\mathbb{R}^n$ IN FORMA PARAMETRICA E CARTESIANA, SOMMA E INTERSEZIONE

ESERCIZIO 1

Per ciascun sottospazio $U \leq \mathbb{R}^4$ dato come insieme di soluzioni di un sistema lineare omogeneo qua sotto elencato, si scriva U in forma parametrica.

(A)

$$\{X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0.$$

(B)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0. \end{cases}$$

(C)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0, \\ -X_1 + X_2 - X_3 = 0. \end{cases}$$

(D)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0, \\ -X_1 + X_2 - X_3 = 0, \\ X_2 - X_4 = 0. \end{cases}$$

(E)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0, \\ -X_1 + X_2 - X_3 = 0, \\ X_2 - X_4 = 0, \\ 2X_1 - 3X_4 = 0. \end{cases}$$

(F)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ 2X_1 + 2X_2 - 2X_3 + 4X_4 = 0. \end{cases}$$

(G)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0, \\ 2X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$

(H)

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 + 2X_4 = 0, \\ X_1 - X_2 - X_4 = 0, \\ -X_1 + X_2 - X_3 = 0, \\ X_1 + X_2 - 2X_3 + X_4 = 0. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Per ciascun sottospazio W di $\mathbb{R}^4$ dato qua sotto in forma parametrica, si scriva W in forma cartesiana:

(A)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(B)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(C)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(D)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(E)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(F)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(G)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

(H)

$$\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

ESERCIZIO 3

Dato un sottospazio $U \leq \mathbb{R}^4$ tra quelli dell'Esercizio 1 e un sottospazio $W \leq \mathbb{R}^4$ tra quelli dell'Esercizio 2, si determini $U \cap W$ in forma cartesiana e in forma parametrica.

ESERCIZIO 4

Dato un sottospazio $U \leq \mathbb{R}^4$ tra quelli dell'Esercizio 1 e un sottospazio $W \leq \mathbb{R}^4$ tra quelli dell'Esercizio 2, si determini $U + W$ in forma parametrica e in forma cartesiana.