

## FOGLIO DI ESERCIZI 5: NUCLEI E IMMAGINE DI APPLICAZIONI LINEARI

### ESERCIZIO 1

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ -2x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .
- (B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.
- (C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.
- (D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 2

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ -2x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .
- (B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.
- (C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.
- (D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 3

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 \\ -2x_1 + 2x_2 - 4x_3 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .
- (B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.
- (C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.
- (D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3, \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 \\ x_1 + x_2 - x_3 \\ 2x_1 + x_3 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .
- (B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.
- (C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.

(D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 5

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4,$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 \\ x_1 + x_2 - x_3 \\ 2x_1 + x_3 \\ -2x_2 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .  
(B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.  
(C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.  
(D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 6

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3,$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \\ 2x_1 + x_3 - 2x_4 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .  
(B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.  
(C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.  
(D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .

### ESERCIZIO 7

Si consideri la seguente applicazione lineare

$$f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4,$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \\ 2x_1 + x_3 - 2x_4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \end{pmatrix}$$

- (A) Si determini il rango e la nullità di  $f$ .  
(B) Si calcoli  $\ker(f)$  in forma parametrica e se ne determini una base.  
(C) Si calcoli  $\text{Im}(f)$  in forma cartesiana.  
(D) Si determini una base di  $\text{Im}(f)$ .