

Esercitazione 5, GE210

Geometria e Algebra Lineare II

Esercitatore: Luca Schaffler

24/10/2023

Problema 1. Siano v_1, \dots, v_m, v_{m+1} vettori di uno spazio vettoriale euclideo V . Supponiamo che v_1, \dots, v_m siano indipendenti e che $v_{m+1} \in \langle v_1, \dots, v_m \rangle$. Siano w_1, \dots, w_{m+1} ottenuti da v_1, \dots, v_{m+1} tramite il processo di ortogonalizzazione di Gram–Schmidt:

$$w_1 := v_1, \quad w_2 := v_2 - \frac{\langle w_1, v_2 \rangle}{\langle w_1, w_1 \rangle} w_1, \dots$$

Dimostrare che allora $w_{m+1} = \vec{0}$.

Problema 2. Consideriamo \mathbb{R}^3 con il prodotto scalare standard. Sia

$$\mathbf{b} = \left\{ \mathbf{b}_1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}}, \mathbf{b}_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}}, \mathbf{b}_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}} \right\}.$$

una base di \mathbb{R}^3 . Rispetto a questa base, siano

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathbf{b}}, \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathbf{b}}.$$

Calcolare il prodotto vettoriale $v \wedge w$ esprimendolo nella base \mathbf{b} .

Problema 3. Si consideri il piano Euclideo \mathbf{E}^2 .

- Calcolare la distanza del punto P_0 di coordinate $(-1, 3)$ dalla retta r di equazione $5X + 2Y + 1 = 0$.
- Determinare un'equazione cartesiana della retta s passante per il punto $P_0 = (5, -1)$ e ortogonale alla retta r di equazione $2X - 7Y + 2 = 0$.
- Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta s passante per il punto $P_0 = (1, 1)$ e distante 2 dal punto $Q_0 = (-2, -1)$.
- Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta s passante per il punto $P_0 = (2, 6)$ e formante un angolo convesso di $\pi/6$ con la retta r di equazione $X = 0$.