

Esercitazione 7, GE210

Geometria e Algebra Lineare II

Esercitatore: Luca Schaffler

14/11/2023

Problema 1. Si consideri $f: \mathbf{E}^3 \rightarrow \mathbf{E}^3$ data da

$$f(X, Y, Z) = (-Y - 7, X + 3, -Z + 1).$$

- (a) f è un'isometria?
- (b) Interpretando f come un cambio di coordinate cartesiane, calcolare l'immagine del piano $X - 3Y + Z + 1$ tramite f .

Problema 2. In ciascun caso, se esiste, determinare un'isometria f di \mathbf{E}^2 con le proprietà richieste. Inoltre, determinare se tale isometria è unica.

- (a) $f(0, 0) = (3, 1)$, $f(1, 0) = (4, 1)$, f è un'isometria diretta.
- (b) $f(1, 0) = (0, 1)$, $f(-1, 0) = (0, 4)$, f è un'isometria inversa.

Problema 3. In \mathbf{E}^2 , la *rotazione* di centro l'origine e angolo θ è l'isometria

$$R_\theta(X, Y) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}.$$

Si consideri la retta $r: X + 2Y + 5 = 0$.

- (a) Calcolare l'immagine di r tramite la rotazione di angolo $\pi/3$.
- (b) Calcolare l'immagine di r tramite la rotazione di centro $(-2, 3)$ e angolo $\pi/3$.

Problema 4. In \mathbf{E}^2 , la *riflessione* con asse $\sin(\theta/2)X - \cos(\theta/2)Y = 0$ è l'isometria

$$\rho_\theta(X, Y) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}.$$

Si consideri la retta $r: X + 2Y + 5 = 0$.

- (a) Calcolare l'immagine di r tramite la riflessione di asse $X + Y = 0$.
- (b) Calcolare l'immagine di r tramite la riflessione di asse $X + Y - 1 = 0$. (Questo verrà proposto anche al tutorato.)